Internationales Studienkolleg für Fachhochschulen in Kaiserslautern

Semester: Sommersemester 2014

Abschlussprüfung: Mathe für TS2

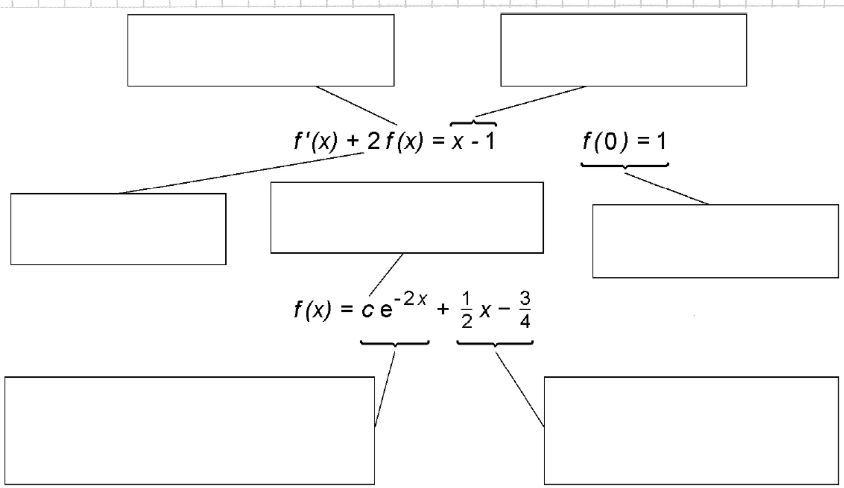
Datum: 26.06.2014

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel

Aufgabe 1

a) Ordnen Sie die folgenden Begriffe zu:
Koeffizient, Störfunktion, gesuchte Funktion, allgemeine Lösung der homogenen Differenzialgleichung, partikuläre Lösung der inhomogenen Differenzialgleichung, Integrationskonstante, Anfangsbedingung



+1 Punkt für jedes richtige Feld, - 1 Punkt für jedes falsche Feld
0 Punkte für jedes leere Feld, Minimum: 0 Punkte

(7 Punkte)

b) Das charakteristische Polynom einer linear-homogenen Differenzialgleichung mit konstanten Koeffizienten hat die Lösungen $\lambda_1 = j, \lambda_2 = -j$ und $\lambda_3 = 1$. Bestimmen Sie die Differenzialgleichung *(4 Punkte)*.

c) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differenzialgleichung $f'(x) - 2 \cdot f(x) = 0$ *(1 Punkt)*.

Aufgabe 2

a) Gegeben ist die Gerade G mit den zwei Punkten $A(-1|2)$ und $B(0|1)$.

a1) Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung von G *(2 Punkte)*.

a2) Bestimmen Sie eine Normalenform von G *(2 Punkte)*.

a3) Bestimmen Sie eine Koordinatenform von G (2 *Punkte)*.

b) Bestimmen Sie den Abstand des Punktes $M(1|2|-1)$ von der Ebene $\mathcal{E}$:

$\vec{r}_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + p \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + q \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *(6 Punkte)*.

Aufgabe 3

a) Kreuzen Sie jeweils mit „Ja" oder „Nein" an, ob die Aussagen stimmen oder nicht stimmen.

- +1 Punkt für jede richtige Antwort,
- -1 Punkt für jede falsche Antwort,
- 0 Punkte für jede fehlende Antwort,
- Minimum für die Gesamtaufgabe: 0 Punkte

Aussage	**Ja**	**Nein**
Ein Polynom von Grade *n* hat genau *n-1* Nullstellen.		
$f''(x_W) = 0 \wedge f'''(x_W) < 0 \;\Rightarrow\; f(x)$ hat an x_W eine Wendestelle.		
Für den Wert x_1 beim Newton-Verfahren gilt: $x_1 = x_0 - \frac{f'(x_0)}{f(x_0)}$.		
$f'(x_E) = 0 \wedge f''(x_E) < 0 \;\Rightarrow\; f(x)$ hat an x_E ein inneres Minimum.		
$f(x) = \left\lvert \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \right\rvert$ ist eine gerade Funktion.		
$f(x) = \frac{x^3 - 1}{-x + 1}$ hat die vertikale Asymptote $x = 1$.		

(6 Punkte)

b) Über eine Funktion $f(x)$ sind nur die folgenden Informationen bekannt:

- $f(x)$ ist ein Polynom 3. Grades.
- $P_w(0|0)$ ist Wendepunkt.
- $P_{\min}(1|-2)$ ist Tiefpunkt (lokales, inneres Maximum).

Bestimmen Sie die Funktion *(6 Punkte)*.

Aufgabe 4

Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem:

$$f''(x)-3\cdot f'(x)+\frac{5}{4}\cdot f(x)=e^{2\cdot x},\ f(0)=1,\ f'(0)=0$$

(12 Punkte)

Aufgabe 5

a) Wir haben die Funktion $f(x)=6\cdot x^5-15\cdot x^4 \quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$.

a1) Bestimmen Sie mögliche Hoch- und Tiefpunkte *(5 Punkte)*.

a2) Bestimmen Sie mögliche Wendepunkte *(4 Punkte)*.

b) Bestimmen Sie alle Nullstellen von $f(x)=\tan(2\cdot x+\pi)$ *(3 Punkte)*.